



**ПРИНЯТА**

на заседании  
Педагогического совета  
Протокол №1 от 30.08.2023 г.

**УТВЕРЖДЕНА**

приказом директора  
МБУ «Лицей № 76»  
№ 155-од от 30.08.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
предмета «Математика: алгебра и начала  
математического анализа, геометрия»  
(углубленный уровень)

Класс: 11

Составитель : Требунских Лидия Владимировна, учитель математики

Рабочая программа по учебному предмету «Математика» (углубленный уровень) для 11 классов составлена на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 №413 (в ред. От 29.06.2017); «Примерной программы среднего (полного) общего образования: математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: 10-11 классы»; ООП СОО МБУ «Лицей № 76», Программы по геометрии (базовый и профильный уровни). Геометрия.10-11 классы, Программы общеобразовательных учреждений. 10-11 классы Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.. Составитель Бурмистрова Т.А., М.: «Просвещение», Программы Алгебра и начала анализа. 10-11 классы / авт.-сост. И.И. Зубарева, А.Г., Мордкович. – 3-е изд., стер. – М.: Мнемозина.

### **Планируемые результаты освоения учебного предмета**

#### **Личностные результаты:**

- ориентация обучающихся на способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию собственного мнения;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию.
- критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении задач.

#### **Планируемые метапредметные результаты освоения ООП:**

- умение самостоятельно определять цели своей деятельности, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе;
- умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
- умение самостоятельно принимать решения, проводить анализ своей деятельности, применять различные методы познания;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- формирование понятийного аппарата, умения создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- формирование компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение самостоятельно осуществлять поиск в различных источниках, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, необходимой для решения математических проблем, представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной или избыточной, точной или вероятностной информации; критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- умение использовать математические средства наглядности (графики, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- умение выдвигать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки;
- понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом.

### **Предметные результаты:**

- осознание значения математики для повседневной жизни человека;
- представление о математической науке как сфере математической деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- умение описывать явления реального мира на математическом языке; представление о математических понятиях и математических моделях как о важнейшем инструментарии, позволяющем описывать и изучать разные процессы и явления;
- представление об основных понятиях, идеях и методах алгебры и математического анализа;
- представление о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умение находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- практически значимые математические умения и навыки, способность их применения к решению математических и нематематических задач, предполагающие умение:
  - выполнять вычисления с действительными и комплексными числами;
  - решать рациональные, иррациональные, показательные, степенные и тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств;
  - решать текстовые задачи арифметическим способом, с помощью составления и решения уравнений, систем уравнений и неравенств;
  - использовать алгебраический «язык» для описания предметов окружающего мира и создания соответствующих математических моделей;
  - выполнять тождественные преобразования рациональных, иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических выражений;
  - выполнять операции над множествами;
  - исследовать функции с помощью производной и строить графики; вычислять площади фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла;
  - проводить вычисление статистических характеристик, выполнять приближённые вычисления;
  - решать комбинаторные задачи.
- владение навыками использования компьютерных программ при решении математических задач.

Системно-деятельностный подход к реализации этой программы в учебном процессе предполагает широкое использование многоплановых разноуровневых образовательных задач: 1) словесно-логических, вычислительных; 2) предметных и метапредметных; 3) тренировочных, типовых, поисковых и ценностно-ориентированных; 4) с образной, действенной, знаковой кодировкой информации. Поэтому для достижения указанных образовательных результатов предполагается акцент не на объем информации, а на гармоничное обогащение всех составляющих умственного опыта (когнитивного, метакогнитивного, интенционального) на основе задачного комплекса, соответствующего требованиям эффективного управления интеллектуальным развитием обучающихся.

### **Планируемые результаты обучения математике в 10-11 классах**

#### **Числа и величины**

##### **Выпускник научится:**

- оперировать понятием радианная мера угла, выполнять преобразования радианной меры в градусную и градусной меры в радианную;
- оперировать понятием комплексного числа, выполнять арифметические операции с комплексными числами;
- изображать комплексные числа на комплексной плоскости, находить комплексную координату числа.

### **Выпускник получит возможность:**

- использовать различные меры измерения углов при решении геометрических задач, а также задач из смежных дисциплин;
- применять комплексные числа для решения алгебраических уравнений.

### **Выражения**

#### **Выпускник научится:**

- оперировать понятиями корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степени с действительным показателем, логарифма;
- применять понятия корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степени с действительным показателем, логарифма и их свойства в вычислениях и при решении задач;
- выполнять тождественные преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм;
- оперировать понятиями косинус, синус, тангенс, котангенс угла поворота, арккосинус, арксинус, арктангенс и арккотангенс
- выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений.

#### **Выпускник получит возможность:**

- выполнять многшаговые преобразования выражений, применяя широкий набор способов и приёмов;
- применять тождественные преобразования выражений для решения задач из различных разделов курса.

### **Уравнения и неравенства**

#### **Выпускник научится:**

- решать иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы;
- решать алгебраические уравнения на множестве комплексных чисел;
- понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций, решать текстовые задачи алгебраическим методом;
- применять графические представления для исследования уравнений.

#### **Выпускник получит возможность:**

- овладеть приёмами решения уравнений, неравенств и систем уравнений; применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики;
- применять графические представления для исследования уравнений, неравенств, систем уравнений, содержащих параметры.

### **Функции**

#### **Выпускник научится:**

- понимать и использовать функциональные понятия, язык (термины, символические обозначения);
- выполнять построение графиков функций с помощью геометрических преобразований;
- выполнять построение графиков вида  $y = Vx^n$ , степенных, тригонометрических, обратных тригонометрических, показательных и логарифмических функций;
- исследовать свойства функций;
- понимать функцию как важнейшую математическую модель для описания процессов и явлений окружающего мира, применять функциональный язык для описания и исследования зависимостей между физическими величинами.

#### **Выпускник получит возможность:**

- проводить исследования, связанные с изучением свойств функций, в том числе с использованием компьютера;
- использовать функциональные представления и свойства функций для решения задач из

различных разделов курса математики

### **Элементы математического анализа**

#### **Выпускник научится:**

- применять терминологию и символику, связанную с понятиями предел, производная, первообразная и интеграл;
- находить предел функции;
- решать неравенства методом интервалов;
- вычислять производную и первообразную функции;
- использовать производную для исследования и построения графиков функций;
- понимать геометрический смысл производной и определённого интеграла;
- находить вторую производную, понимать геометрический смысл производной и определённого интеграла;
- находить вторую производную, понимать её геометрический и физический смысл;
- вычислять определённый интеграл;
- вычислять неопределённый интеграл.

#### **Выпускник получит возможность:**

- сформировать представление о применении геометрического смысла производной и интеграла в курсе математики, в смежных дисциплинах; сформировать и углубить знания об интеграле.

### **Элементы комбинаторики, вероятности и статистики**

#### **Выпускник научится:**

- решать комбинаторные задачи на нахождение количества объектов или комбинаций;
- применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений;
- использовать метод математической индукции для доказательства теорем и решения задач;
- использовать способы представления и анализа статистических данных;
- выполнять операции над событиями и вероятностями.

#### **Выпускник получит возможность:**

- научиться специальным приёмам решения комбинаторных задач;
- характеризовать процессы и явления, имеющие вероятностный характер.

### **Геометрия**

#### **Выпускник научится:**

- владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;  
уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;  
владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;  
иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;  
уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;

- применять теоремы параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
- владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;
- владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;
- владеть понятием площадь поверхности многогранника и уметь применять его при решении задач;
- иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; — иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
- уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.
- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

**Выпускник получит возможность:**

- иметь представление об аксиоматическом методе;
- владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;
- уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;
- владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о двойственности правильных многогранников;
- владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;
- иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;
- иметь представление о конических сечениях;
- иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;
- применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;
- владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;

- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях  $x$  объемов при решении задач;
- применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;
- уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объемов при решении задач.

### **Векторы и координаты в пространстве**

#### **Выпускник научится:**

- владеть понятиями векторы и их координаты;
- уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач.

#### **Выпускник получит возможность:**

- владеть понятиями векторы и их координаты;
- уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач;
- находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат.

### **Содержание учебного предмета «Математика» (углубленный уровень)**

#### **Содержание тем модуля «Алгебра и начала математического анализа»**

##### **1. Действительные числа**

Натуральные и целые числа. *Делимость чисел. Основная теорема арифметики натуральных чисел.* Рациональные, иррациональные, действительные числа, числовая прямая. Числовые неравенства

*Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Метод математической индукции.* Решение задач с целочисленными неизвестными.

##### **2. Числовые функции**

Определение числовой функции и способы её задания. Свойства функций: область определения и множество значений, монотонность, чётность и нечётность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значение, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции Графическая интерпретация. Периодические функции. Сложная функция (композиция функций). *Взаимобратные функции. Область*

*определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной* Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат, относительно начала координат, *симметрия относительно прямой  $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.*

### **3. Тригонометрические функции**

Числовая окружность на координатной плоскости. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства. *График гармонического Обратные тригонометрические функции, свойства, графики и их преобразования. Решение простейших уравнений и неравенств с обратными тригонометрическими функциями.*

### **4. Тригонометрические уравнения**

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арккосинус, арксинус. Решение уравнений  $\cos t=a$ ,  $\sin t=a$ . Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений  $\operatorname{tg} x=a$ ,  $\operatorname{ctg} x=a$ . Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения. Отбор корней тригонометрических уравнений.

### **5. Преобразование тригонометрических выражений**

Формулы сложения, приведения, двойного аргумента, понижения степени. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и *произведения в сумму. Метод введения вспомогательного угла.* Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение).

### **6. Комплексные числа**

*Комплексные числа и арифметические операции над ними. Комплексные числа и координатная плоскость. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Комплексные числа и квадратные уравнения. Возведение комплексного числа в степень (формула Муавра). Извлечение квадратного и кубического корня из комплексного числа.*

### **7. Производная**

*Определение числовой последовательности, способы её задания и свойства. Предел числовой последовательности, свойства сходящихся последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Предел функции на бесконечности и в точке. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Теорема о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях Асимптоты.*

Задачи, приводящие к понятию производной, определение производной, Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. *Вторая производная, и ее физический смысл.*

Дифференцирование сложной функции и *обратной функции.* Уравнение касательной к графику функции. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. *Применение производной для доказательства тождеств и неравенств.* Построение графиков функций.

*Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.* Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке. Задачи на оптимизацию.

### **8. Многочлены**

*Многочлены от одной и нескольких переменных. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами Теорема Безу. Схема Горнера. Симметрические и однородные многочлены. Уравнения высших степеней.*

### **9. Степени и корни. Степенные функции**

Понятие корня  $n$ -ой степени из действительного числа. Функции корень  $n$ -ой степени, их свойства и графики. Свойства корня  $n$ -ой степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и



графики. Дифференцирование и интегрирование. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.

### **10. Показательная и логарифмическая функции**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения и неравенства. Понятие логарифма. Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Свойства логарифмов. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Методы решения. *Решение показательно-логарифмических тригонометрических уравнений и неравенств. Решение показательных уравнений смешанного типа графическим методом и использование свойств функций* Дифференцирование логарифмической и показательной функций.

### **11. Первообразная и интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл, его вычисление и свойства. Вычисление площадей плоских фигур. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

### **12. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. *Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.*

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события

*Вероятность и геометрия.* Статистические методы обработки информации. *Гауссова кривая. Закон больших чисел.*

### **13. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств**

Равносильность уравнений, неравенств и их систем. Общие методы решения уравнений: аналитические и *функционально - графические*. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. *Доказательство неравенств.* Решение рациональных неравенств с одной переменной. Метод интервалов. *Метод рационализации.* Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. *Диофантовы уравнения.* Системы уравнений. Основные приемы решения систем: подстановки, алгебраическое сложение, введение новых переменных. *Уравнения и неравенства с параметрами. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств с двумя переменными и их систем.* Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

#### **Содержание тем модуля «Геометрия»**

##### **1. Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.* Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

*Построение плоских сечений призмы, параллелепипеда и пирамиды различными методами.*

##### **2. Прямые в пространстве**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых.

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов со направленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

### 3. Прямая и плоскость в пространстве

Параллельные прямая и плоскость. Определение и признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой. Перпендикулярные прямая и плоскость. Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная). Угол между прямой и плоскостью. Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

*Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.*

### 4. Плоскости в пространстве

Параллельные плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей.

Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Угол между двумя плоскостями. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. *Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.*

### 5. Расстояния в пространстве

Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. *Расстояние между точкой и сферой.*

Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве.

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

*Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.*

*Геометрические места точек в пространстве. Сфера. Цилиндрическая поверхность. Параллельные плоскости. Плоскость серединных перпендикуляров данного отрезка. Биссектор двугранного угла. Прямая центров всех сфер, проходящих через три неколлинеарные точки. Центр сферы, описанной около тетраэдра. Луч центров всех сфер, вписанных в трехгранный угол.*

### 6. Векторный метод в пространстве

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение,

вычитание, умножение вектора на число) и их свойства. Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. *Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.*

## **7. Координатный метод в пространстве**

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. *Проекция вектора на ось в координатах.*

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; *координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках.*

*Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.*

*Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.*

*Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.*

## **8. Многогранники**

Определение многогранника и его элементов: вершин, ребер, граней. *Эйлерова характеристика многогранника. Понятие о развёртке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. О понятии объёма тела. Свойства объёмов тел. Объём прямоугольного параллелепипеда.*

## **9. Призма и параллелепипед**

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у  $n$ -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объёмов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Куб. Объём параллелепипеда.

*Построение плоских сечений призмы и параллелепипеда различными методами.*

## **10. Трёхгранные и многогранные углы**

*Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, рёбра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Трёхгранный угол. Теорема о плоских углах трёхгранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трёхгранного угла.*

## **11. Пирамида**

Определение пирамиды и её элементов. Количество вершин, ребер и граней  $n$ - угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид:

пирамида, все боковые рёбра которой равны между собой;

пирамида, все двугранные углы которой при рёбрах основания равны между собой;

пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости её основания;  
 пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны основанию;  
 пирамида, две не соседние грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с рёбрами основания, выходящими из одной вершины.

Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и её свойства. Апофема правильной пирамиды. Формула вычисления боковой и полной поверхности пирамиды. Объём пирамиды и формула его вычисления.

*Формула вычисления объёма усечённой пирамиды.*

Тетраэдр. Об объёме тетраэдра. *Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Ортоцентральный тетраэдр. Равногранный тетраэдр.*

## 12. Правильные многогранники

*Доказательство теоремы Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объёмов правильных многогранников. Решение задач на все виды многогранников.*

## 13. Фигуры вращения

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. *Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развёртка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объёма цилиндра.*

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. *Сечения конуса плоскостью.*

*Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развёртка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.*

*Усечённый конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усечённого конуса. Вычисление объёма конуса и усечённого конуса.*

## 14. Сфера и шар

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы, шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

*Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около него. Шары и сферы, вписанные в двугранный и многогранный углы. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.*

*Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.*

### Тематическое планирование модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Тема урока	Кол-во часов
<b>10 класс</b>	
Повторение материала 7—9 классов	3
§ 1. Натуральные и целые числа	3
§ 2. Рациональные числа	1
§ 3. Иррациональные числа	2
§ 4. Множество действительных чисел	1
§ 5. Модуль действительного числа	2

<i>Контрольная работа № 1</i>	1
§ 6. Метод математической индукции	2
<b>Итого:</b>	12
§ 7. Определение числовой функции и способы ее задания	2
§ 8. Свойства функций	3
§ 9. Периодические функции	1
§ 10. Обратная функция	2
<i>Контрольная работа № 2</i>	2
<b>Итого:</b>	10
§ 11. Числовая окружность	2
§ 12. Числовая окружность на координатной плоскости	2
§ 13. Синус и косинус. Тангенс и котангенс	3
§ 14. Тригонометрические функции числового аргумента	2
§ 15. Тригонометрические функции углового аргумента	1
§ 16. Функции $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , их свойства и графики	3
<i>Контрольная работа № 3</i>	1
§ 17. Построение графика функции $y = mf(x)$	2
§ 18. Построение графика функции $y = f(kx)$	2
§ 19. График гармонического колебания	1
§ 20. Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ их свойства и графики	2
§ 21. Обратные тригонометрические функции	3
<b>Итого:</b>	24
<b>Глава 4. Тригонометрические уравнения</b>	
§ 22. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства	4
§ 23. Методы решения тригонометрических уравнений	4
<i>Контрольная работа № 4</i>	2
<b>Итого:</b>	10
<b>Глава 5. Преобразование тригонометрических выражений</b>	
§ 24. Синус и косинус суммы и разности аргументов	3
§ 25. Тангенс суммы и разности аргументов	2
§ 26. Формулы приведения	2
§ 27. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени	3
§ 28. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение	3
§ 29. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму	2
§ 30. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$	1
§ 31. Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение)	3
<i>Контрольная работа № 5</i>	2
<b>Итого:</b>	21
<b>Глава 6. Комплексные числа</b>	
§ 32. Комплексные числа и арифметические операции над ними	2
§ 33. Комплексные числа и координатная плоскость	1
§ 34. Тригонометрическая форма записи комплексного числа	2
§ 35. Комплексные числа и квадратные уравнения	1
§ 36. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение кубического корня из комплексного числа	2
<i>Контрольная работа № 6</i>	1
<b>Итого:</b>	9
<b>Глава 7. Производная</b>	
§ 37. Числовые последовательности	2
§ 38. Предел числовой последовательности	2
§ 39. Предел функции	2
§ 40. Определение производной	2
§ 41. Вычисление производных	3

§ 42. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции	2
§ 43. Уравнение касательной к графику функции	3
<i>Контрольная работа № 7</i>	2
§ 44. Применение производной для исследования функций	3
§ 45. Построение графиков функций	2
§ 46. Применение производной для отыскания наибольших величин и наименьших значений	4
<i>Контрольная работа № 8</i>	2
<b>Итого:</b>	<b>29</b>
<b>Глава 8. Комбинаторика и вероятность</b>	
§ 47. Правило умножения. Комбинаторные задачи. Перестановки и факториалы	2
§ 48. Выбор нескольких элементов. Биномиальные коэффициенты	2
§ 49. Случайные события и вероятности	3
<i>Контрольная работа М 9</i>	-
<b>Итого:</b>	<b>7</b>
<i>Обобщающее повторение</i>	8
Входной контроль	1
Промежуточный контроль	1
Итоговой контроль	1
<b>Всего:</b>	<b>136</b>
<b>11 класс</b>	
Повторение материала 10 класса	4
<b>Глава 1. Многочлены</b>	
§ 1. Многочлены от одной переменной	3
§ 2. Многочлены от нескольких переменных	3
§ 3. Уравнения высших степеней	3
<i>Контрольная работа № 1</i>	1
<b>Итого:</b>	<b>10</b>
<b>Глава 2. Степени и корни. Степенные функции</b>	
§ 4. Понятие корня $n$ -й степени из действительного числа	2
§ 5. Функции $y = U^*$ , их свойства и графики	3
§ 6. Свойства корня $n$ -й степени	3
§ 7. Преобразование выражений, содержащих радикалы	4
<i>Контрольная работа № 2</i>	2
§ 8. Понятие степени с любым рациональным показателем	3
§ 9. Степенные функции, их свойства и графики	4
§ 10. Извлечение корней из комплексных чисел	2
<i>Контрольная работа М 3</i>	1
<b>Итого:</b>	<b>24</b>
<b>Глава 3. Показательная и логарифмическая функции</b>	
§ 11. Показательная функция, ее свойства и график	3
§ 12. Показательные уравнения	3
§ 13. Показательные неравенства	2
§ 14. Понятие логарифма	2
§ 15. Логарифмическая функция, ее свойства и график	3
<i>Контрольная работа № 4</i>	2
§ 16. Свойства логарифмов	4
§ 17. Логарифмические уравнения	4
§ 18. Логарифмические неравенства	3
§ 19. Дифференцирование показательной и логарифмической функций	3

Контрольная работа № 5	2
<b>Итого:</b>	<b>31</b>
<b>Глава 4. Первообразная и интеграл</b>	
§ 20. Первообразная и неопределенный интеграл	3
§ 21. Определенный интеграл	5
Контрольная работа № 6	1
<b>Итого:</b>	<b>9</b>
<b>Глава 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики</b>	
§ 22. Вероятность и геометрия	2
§ 23. Независимые повторения испытаний с двумя исходами	3
§ 24. Статистические методы обработки информации	2
§ 25. Гауссова кривая. Закон больших чисел	2
<b>Итого:</b>	<b>9</b>
<b>Глава 6. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств</b>	
§ 26. Равносильность уравнений	4
§ 27. Общие методы решения уравнений	3
§ 28. Равносильность неравенств	3
§ 29. Уравнения и неравенства с модулями	3
Контрольная работа № 7	2
§ 30. Уравнения и неравенства со знаком радикала	3
§ 31. Уравнения и неравенства с двумя переменными	2
§ 32. Доказательство неравенств	3
§ 33. Системы уравнений	4
Контрольная работа № 8	2
§ 34. Задачи с параметрами	4
<b>Итого:</b>	<b>33</b>
Обобщающее повторение	13
Входной контроль	1
Промежуточный контроль	1
Итоговой контроль	1
<b>Всего:</b>	<b>136</b>

**модуль «Геометрия»**

№	Тема урока	Кол-во часов
<b>10 класс</b>		
<b>1.</b>	<b>Некоторые сведения из планиметрии</b>	<b>12</b>
2.	Углы и отрезки, связанные с окружностью.	4
3.	Решение треугольников.	4
4.	Теоремы Менелая и Чебы.	2
5.	Эллипс, гипербола и парабола.	2
6.	<b>Введение в стереометрию.</b>	3
7.	Предмет стереометрии.	1
8.	Основные понятия и аксиомы стереометрии.	1
9.	Первые следствия из теорем.	1
10.	<b>Параллельность прямых и плоскостей.</b>	16
11.	Параллельность прямых, прямой и плоскости	4
12.	Взаимное расположение прямых в пространстве.	2
13.	Угол между прямыми.	1
14.	Контрольная работа № 1. "Параллельность прямых".	1
15.	Параллельность плоскостей.	2
16.	Тетраэдр и параллелепипед.	4
17.	Контрольная работа № 2. "Тетраэдр и параллелепипед".	1
18.	Зачет № 1. Параллельность прямых и плоскостей.	1

19.	<b>Перпендикулярность прямых и плоскостей.</b>	17
20.	Перпендикулярность прямой и плоскости.	5
21.	Перпендикуляр и наклонная.	2
22.	Угол между прямой и плоскостью.	4
23.	Двугранный угол.	2
24.	Перпендикулярность плоскостей.	2
25.	Контрольная работа № 3. "Перпендикулярность прямых и плоскостей".	1
26.	Зачет № 2. "Перпендикулярность прямых и плоскостей".	1
27.	<b>Многогранники.</b>	14
28.	Понятие многогранника. Призма.	3
29.	Пирамида.	4
30.	Правильные многогранники.	5
31.	Контрольная работа № 4. "Многогранники".	1
32.	Зачет № 3. "Многогранники".	1
33.	<b>Повторение курса геометрии 10 класса.</b>	3
34.	Угол между прямыми.	1
35.	Угол между прямой и плоскостью.	1
36.	Многогранники.	1
37.	<b>Административный мониторинг.</b>	3
38.	Входной контроль.	1
39.	Промежуточный контроль.	1
40.	Итоговый контроль.	1
41.	ИТОГО:	68
<b>11 класс</b>		
<b>1.</b>	<b>Векторы в пространстве.</b>	<b>6</b>
2.	Понятие вектора в пространстве.	1
3.	Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов.	1
4.	Умножение вектора на число.	1
5.	Компланарные вектора. Правило параллелепипеда	1
6.	Разложение вектора по трем некопланарным векторам	1
7.	Зачет № 4.	1
8.	<b>Метод координат в пространстве</b>	<b>15</b>
9.	Прямоугольная система координат в пространстве.	1
10.	Координаты вектора.	1
11.	Связь между координатами векторов и координатами точек.	2
12.	Простейшие задачи в координатах.	2
13.	Контрольная работа №1.	1
14.	Угол между векторами.	1
15.	Скалярное произведение векторов.	1
16.	Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	3
17.	Движение. Центральная симметрия.	1
18.	Зачет № 5.	1
19.	Контрольная работа №2.	1
20.	<b>Цилиндр, конус, шар</b>	<b>16</b>
21.	Понятие цилиндра.	1
22.	Площадь поверхности цилиндра.	2
23.	Понятие конуса.	1
24.	Площадь поверхности конуса.	2



25.	Усечённый конус.	1
26.	Сфера и шар. Уравнение сферы.	2
27.	Взаимное расположение сферы и плоскости.	1
28.	Касательная плоскость к сфере.	2
29.	Площадь сферы.	2
30.	Зачет № 6.	1
31.	Контрольная работа №3.	1
32.	<b>Объёмы тел</b>	<b>17</b>
33.	Понятие объёма.	1
34.	Объём прямоугольного параллелепипеда.	2
35.	Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник.	1
36.	Объём прямой призмы. Объём цилиндра.	1
37.	Объём наклонной призмы.	1
38.	Объём пирамиды.	2
39.	Объём усеченной пирамиды. Объём усеченного конуса.	1
40.	Контрольная работа №4. Объёмы тел.	1
41.	Объём шара.	1
42.	Объём шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора.	1
43.	Площадь сферы.	1
44.	Решение задач на нахождение объёмов тел.	2
45.	Контрольная работа №5.	1
46.	Зачет № 7.	1
47.	<b>Итоговое повторение курса геометрии. Подготовка к ЕГЭ.</b>	<b>12</b>
48.	Решение задач типа №3 "Планиметрия: вычисление длин и площадей"	1
49.	Решение задач типа №6 "Планиметрия: задачи, связанные с углами".	1
50.	Решение задач типа №8 "Стереометрия".	1
51.	Решение задач типа №14 "Углы и расстояния в пространстве".	6
52.	Решение задач типа №16 "Планиметрическая задача".	2
53.	<b>Административный мониторинг.</b>	<b>3</b>
54.	Входной контроль.	1
55.	Промежуточный контроль.	1
56.	Итоговый контроль	1
57.	Итого	68